

METROLOGIE DE LA FORME D'ONDE DE SIGNAUX DYNAMIQUES COMPLEXES

L'emploi des technologies numériques dans le domaine des télécommunications (réseaux WPAN*, WLAN*, WMAN*, WWAN*, DSL*, satellites,...), mais aussi dans celui de l'instrumentation est en plein développement. En particulier, la tendance est aujourd'hui de rendre les systèmes de télécommunications opérables dans une bande passante de plus en plus large et de mettre en jeu des signaux radiofréquences modulés présentant ainsi une forme d'onde complexe. La question se pose alors de l'étalonnage et de la traçabilité au Système international d'unités (SI) de la forme d'onde de ces signaux dynamiques complexes. En effet, la génération, l'acquisition et le traitement de ces signaux font appels à des instruments divers (sources radiofréquences modulées, générateurs de formes d'ondes arbitraires, oscilloscopes numériques large bande, analyseurs de spectre, analyseurs de réseaux vectoriels non linéaires,...) dont **l'étalonnage n'est aujourd'hui pas assuré en France.**

I. Banc de mesure

Pour répondre à cette problématique, le LNE/DMSI (Direction de la Métrologie Scientifique et Industrielle) mène un projet qui vise à mettre au point un banc permettant *in fine* d'étalonner ces différents instruments avec les incertitudes associées. Ce banc s'appuie sur des travaux réalisés au NIST (*National Institute of Standards and Technology*) [1,2]. Son principe repose sur la caractérisation précise de la réponse impulsionnelle d'une photodiode à large bande passante (100 GHz) soumise à faisceau d'excitation issu d'un laser femtoseconde dont l'émission est préalablement séparée entre les faisceaux d'excitation et de sonde. La réponse électrique de la photodiode appliquée au moyen d'une sonde micro-onde sur le guide d'onde planaire déposé sur le substrat ferroélectrique, vient alors modifier, par effet Pockels, l'indice de réfraction du substrat. L'analyse, à la sortie du substrat, de la polarisation du faisceau sonde focalisé sur le guide d'onde permet de déterminer le champ électrique présent dans ce dernier. Au moyen d'une ligne à retard optique, le chemin optique parcouru par le faisceau sonde est modifié, transformant ainsi le banc en un système électro-optique résolu en

temps, ce qui permet de reconstruire l'évolution temporelle de la forme d'onde du signal. La figure 1 représente le schéma de principe de ce banc.

Toutefois, cette mesure ne permet pas elle-seule de caractériser précisément la réponse électrique de la photodiode à l'excitation femtoseconde. En effet, le champ électrique déterminé et présent dans le guide d'onde ne correspond pas exactement à la réponse électrique de la photodiode puisqu'il faut tenir compte de quelques corrections électriques et optiques.

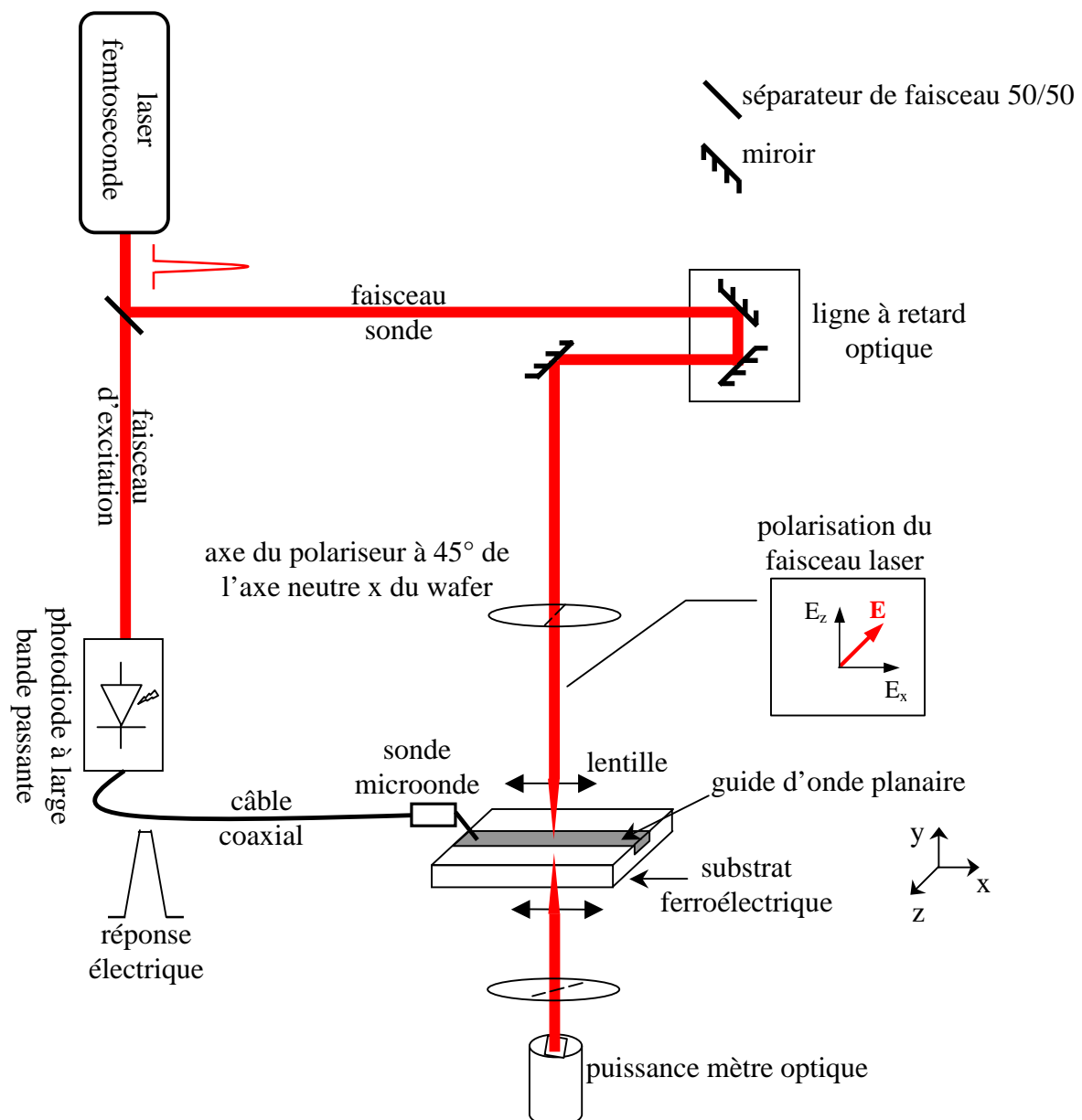


Figure 1 : Schéma de principe du banc de caractérisation de la réponse impulsionnelle de la photodiode.

Une fois les corrections apportées à la détermination du champ électrique, la réponse électrique de la photodiode est connue avec son bilan d'incertitude. Cette photodiode elle alors considérée comme un étalon primaire qui va servir à étalonner un oscilloscope numérique à large bande passante permettant à son tour de raccorder tous les instruments employés pour la génération, l'acquisition et la caractérisation de signaux dynamiques complexes.

II. Principe du banc de caractérisation de la photodiode

Le principe du banc de mesure repose sur l'effet Pockels qui conduit à une modification de la propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal électro-optique soumis à un champ électrique. Cette modification de la propagation de l'onde est consécutive à la variation des indices de réfraction du cristal proportionnellement au champ électrique appliqué puisque l'effet Pockels est un effet électro-optique linéaire.

Comme on peut le voir sur la figure 1, il s'agit de réaliser une étude de l'évolution de la polarisation de l'onde électromagnétique en plaçant le cristal (le substrat ferroélectrique) entre un polariseur et un analyseur. Afin, d'expliquer cette évolution de la polarisation de l'onde électromagnétique, le cas où aucun champ électrique est appliqué au substrat ferroélectrique est tout d'abord étudié, avant de passer à celui dans lequel le champ électrique est présent.

1. Cas où aucun champ électrique est appliqué au substrat ferroélectrique

En considérant un substrat ferroélectrique anisotrope uniaxe (en l'absence de champ électrique appliqué) coupé suivant ses axes neutres lesquels sont confondus avec les axes (x,y,z) du repère du laboratoire, et dont son axe optique est suivant la direction z.

En raison de cette coupe, le tenseur $[n]$ d'indice de réfraction d'ordre 3 du cristal est donné par la matrice (1) en l'absence de champ électrique appliqué.

$$[n] = [n_{ij}] = \begin{pmatrix} n_o & 0 & 0 \\ 0 & n_o & 0 \\ 0 & 0 & n_e \end{pmatrix} \quad (1)$$

Où les n_{ij} (i et j peuvent prendre les valeurs 1, 2 ou 3) sont les composantes du tenseur d'indice de réfraction, n_o l'indice ordinaire et n_e l'indice extraordinaire.

Ainsi, dans ces conditions (c'est à dire dans le repère des axes neutres du substrat et en l'absence de champ électrique appliqué), l'ellipsoïde des indices, permettant de déterminer l'indice de réfraction que l'onde électromagnétique rencontre suivant sa direction de propagation dans le substrat, est donnée par l'équation (2).

$$\sum_{i,j=1}^3 \frac{1}{n_{ij}^2} x_i x_j = \frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (2)$$

Si l'onde électromagnétique se propage suivant la direction y (comme indiqué sur les figures 1 et 2) et passe successivement différents systèmes optiques comme le montre la figure 2 : le polariseur dont l'axe est orienté à 45° de l'axe neutre x du substrat dans le plan (xOz) défini par les axes x et z, le substrat et l'analyseur.

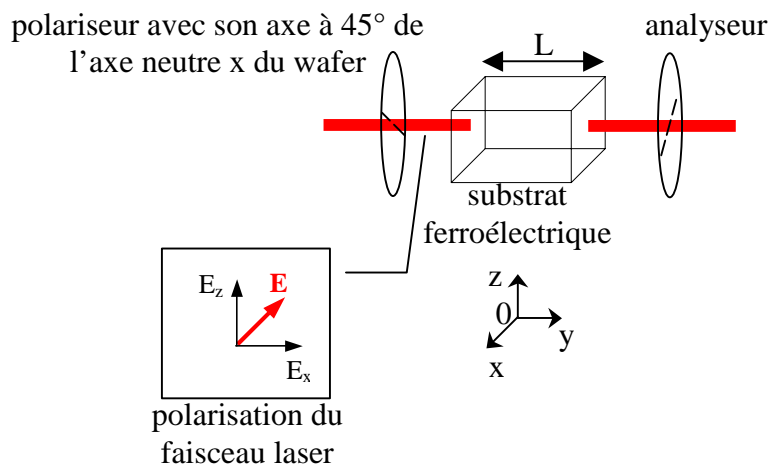


Figure 2 : Substrat sans champ électrique appliqué entre polariseur et analyseur.

A la sortie de ce polariseur, l'onde électromagnétique est polarisée à 45° de x dans le plan (xOz). Son vecteur de Jones [3], qui permet de décrire l'état de polarisation d'une onde électromagnétique à la sortie d'un système optique, s'écrit selon la relation (3).

$$[J] = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45 \\ \sin 45 \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

En raison de la nature anisotrope du substrat, l'onde électromagnétique se propageant suivant y subit un déphasage à la sortie du substrat. En effet, la composante de la polarisation orientée dans la direction x confrontée à l'indice de réfraction n_o présente un front d'onde qui se déplace à la vitesse de $v_o = c/n_o$ alors que celle suivant z, confrontée à l'indice de réfraction n_e , présente un front d'onde qui se déplace à la vitesse de $v_e = c/n_e$. La recombinaison des deux (présentant un déphasage l'un par rapport à l'autre) à la sortie du substrat conduit à un déphasage Γ (équation 4) et donc à une rotation de la direction de la polarisation de l'onde électromagnétique.

$$\Gamma = \Gamma_x - \Gamma_z = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)L \quad (4)$$

où λ est la longueur d'onde, et L la longueur du substrat dans la direction de propagation de l'onde électromagnétique.

En appliquant successivement le formalisme de Jones [3] à tous les systèmes optiques rencontrés, l'état de polarisation de l'onde est décrit jusqu'à la sortie de l'analyseur. Dans ce formalisme, les différents systèmes optiques sont représentés par une matrice de Jones qui permet alors d'opérer la conversion du vecteur de Jones entre l'entrée et la sortie des systèmes optiques.

La matrice de Jones décrivant le substrat est représentée par la matrice $[M_S]$ (5) :

$$[M_S] = \begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Ainsi l'état de polarisation à la sortie du substrat est donné par le vecteur de Jones (6).

$$[J'] = \begin{pmatrix} J'_1 \\ J'_2 \end{pmatrix} = [M_S][J] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2} \\ e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Un analyseur dont l'axe fait un angle θ avec la direction x a pour matrice de Jones $[M_A]$ (7).

$$[M_A] = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (7)$$

Le vecteur de Jones, à la sortie de l'analyseur, s'écrit alors selon la relation (8).

$$[J^t] = \begin{pmatrix} J_1^t \\ J_2^t \end{pmatrix} = [M_A][J'] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta e^{i\Gamma/2} + \cos \theta \sin \theta e^{-i\Gamma/2} \\ \cos \theta \sin \theta e^{i\Gamma/2} + \sin^2 \theta e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

En partant de ce dernier vecteur, l'intensité lumineuse I transmise à la sortie de l'analyseur et mesurée au moyen du puissance mètre optique est donnée par la relation (9). Cette intensité s'écrit en fonction de l'intensité lumineuse incidente I_0 sur le substrat et de l'angle θ .

$$I = I_0 [J^t]^\dagger \cdot [J^t] = I_0 \sin 2\theta \cos \Gamma = I_0 \sin 2\theta \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)L \right) \quad (9)$$

2. Application d'un champ électrique sur le substrat ferroélectrique

L'application au substrat d'un champ électrique continu ou variable ϵ_z dans la direction z (figure 3) conduit à modifier, par effet Pockels, la biréfringence du substrat proportionnellement à la valeur du champ électrique.

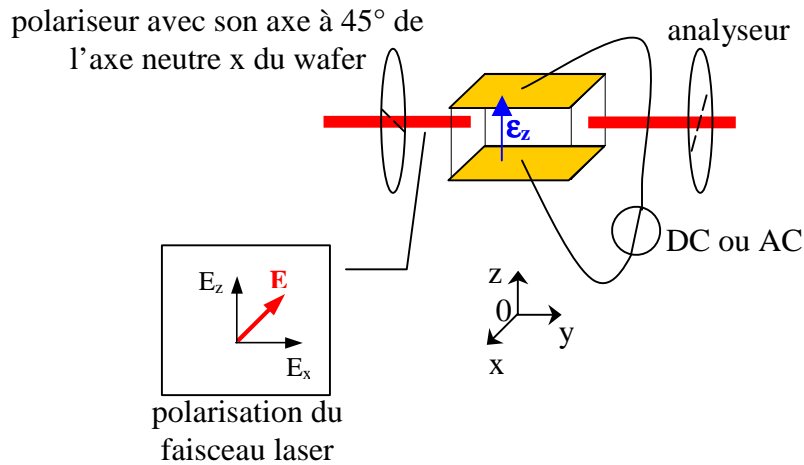


Figure 3 : Substrat soumis à un champ électrique entre polariseur et analyseur.

Ainsi, la modification des indices de réfraction du substrat se traduit par l'équation (10).

$$n_{ij}(\epsilon_z) = n_{ij}(0) + \Delta n_{ij} \quad (10)$$

où $n_{ij}(0)$ représente les indices de réfraction en l'absence de champ électrique et Δn_{ij} est la variation d'indice linéaire induite par le champ électrique. Cette variation induite par effet Pockels est donnée par la relation générale (11), dans laquelle les r_{ijk} sont les composantes du

tenseur électro-optique $[r]$. L'écriture du tenseur $[r]$ dépend de la classe de symétrie du substrat. En outre, ce tenseur est symétrique pour les indices i et j ce qui revient à écrire $r_{ijk} = r_{jik}$. L'emploi de la notation d'Einstein permet dès lors de simplifier l'écriture, ce qui conduit à réécrire la relation (11) sous la forme de l'équation (12).

$$\Delta n_{ij} = \sum_{k=1}^3 r_{ijk} \epsilon_k \quad (11)$$

$$\Delta n_{ij} = \sum_{\substack{1 \leq m \leq 6 \\ 1 \leq k \leq 3}} r_{mk} \epsilon_k \quad (12)$$

Parmi, les substrats couramment employés dans les applications électro-optiques, on trouve des cristaux ferroélectriques comme LiNbO_3 , LiTaO_3 , BBO, KTP,.... Parmi ces cristaux les trois premiers sont du groupe de symétrie trigonal $3m$ et le dernier du groupe orthorhombique $mm2$.

Pour les substrats faisant partis du groupe $3m$, le tenseur électro-optique $[r]$ s'écrit suivant la matrice (13).

$$[r] = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Compte tenu des relations (2), (10) et (12), l'ellipsoïde des indices s'écrit selon l'équation (14) et est ensuite simplifiée (équation (15)) en y introduisant les coefficients électro-optiques correspondants ($r_{13} = r_{23}$ et $r_{43} = r_{53} = r_{63} = 0$).

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + r_{13} \epsilon_z x^2 + r_{23} \epsilon_z y^2 + r_{33} \epsilon_z z^2 + r_{43} \epsilon_z yz + r_{53} \epsilon_z xz + r_{63} \epsilon_z xy = 1 \quad (14)$$

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13} \epsilon_z \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13} \epsilon_z \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33} \epsilon_z \right) z^2 = 1 \quad (15)$$

Dans ces conditions, La nouvelle expression de l'ellipsoïde des indices montre que le milieu demeure uniaxe ($n'_x = n'_y \neq n'_z$). Le nouveau tenseur $[n']$ des indices de réfraction en présence du champ électrique ϵ_z s'écrit (16) :

$$[n'] = [n'_{ij}] = \begin{pmatrix} \frac{n_o}{\sqrt{1 + n_o^2 r_{13} \epsilon_z}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n_o}{\sqrt{1 + n_o^2 r_{13} \epsilon_z}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_e}{\sqrt{1 + n_e^2 r_{33} \epsilon_z}} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Ainsi, l'onde électromagnétique se propageant dans la direction y, subit à la sortie du substrat un déphasage Γ' (équation (17)) conduisant à une rotation de la polarisation de l'onde.

$$\Gamma' = \Gamma'_x - \Gamma'_z = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} + (r_{13} - r_{33}) \epsilon_z \right) L \quad (17)$$

En se basant sur les calculs réalisés dans la partie précédente dans lequel il n'y a pas de champ électrique appliqué, l'intensité lumineuse I' transmise à la sortie de l'analyseur en fonction de l'intensité lumineuse incidente I_0 sur le substrat et de l'angle θ que fait l'analyseur avec la direction x s'écrit alors (18) :

$$I' = I_0 \sin 2\theta \cos \Gamma = I_0 \sin 2\theta \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} + (r_{13} - r_{33}) \epsilon_z \right) L \right] \quad (18)$$

La mesure de l'intensité lumineuse transmise I' au moyen d'un puissance mètre optique permet dès lors de connaître le champ électrique (équation (19)) présent dans le guide d'onde.

$$\epsilon_z = \frac{1}{r_{13} - r_{33}} \left[\frac{\lambda}{2\pi L} \arccos \left(\frac{I'}{I_0 \sin 2\theta} \right) + \frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right] \quad (19)$$

III. Corrections à apporter à la mesure du champ électrique

Le champ électrique de l'équation (19) ne correspond pas exactement au champ électrique induit par la réponse électrique de la photodiode, puisqu'il faut apporter quelques corrections

dues aux pertes électriques et optiques liées aux désadaptations d'impédance au niveau de la sonde micro-onde et du guide d'onde, aux réflexions dans le substrat, à l'absorption par le substrat,....

1. Corrections électriques

Ainsi, il s'agit de connaître la réflexion et la transmission de la réponse électrique de la photodiode au niveau de la sonde micro-onde et du guide d'onde, en raison des problèmes de désadaptation d'impédance. Ces mesures sont faites par l'intermédiaire de la détermination des paramètres de dispersion S (*Scattering parameters*) dans le plan de référence de chaque composant. Elles nécessitent l'emploi d'un analyseur de réseau vectoriel qui doit être préalablement calibré en employant un kit de calibrage dont la traçabilité au SI est assurée. Ce calibrage permet, lors de la mesure des paramètres S de chaque composant, de ne conserver que leur réponse en supprimant tous les effets systématiques inhérents à l'analyseur de réseau vectoriel. Ce calibrage est réalisé au moyen d'un kit de calibrage de référence constitué d'un ensemble d'étalons parfaitement connu et employé suivant une méthode de calibrage déterminée comme par exemple la méthode TRL (*Thru, Reflect, Line*) dont les étalons sont constitués par une liaison directe entre les deux ports, un étalon de réflexion (qui peut être inconnu mais qui présente la même réflexion sur les deux ports) et une ligne de transmission adaptée. La mesure des paramètres S de ces étalons avec l'analyseur de réseau vectoriel permet de constituer un système d'équations dont les inconnues constituent les erreurs systématiques introduites par l'appareil.

La question de la traçabilité au SI du kit de calibrage en guide d'onde planaire se pose alors. Pour un guide d'onde planaire déposé sur un substrat, les mesures de paramètres S sont réalisées directement sur le substrat au moyen d'une station de mesure sous pointes (figure 4) et de l'analyseur de réseau vectoriel. Dans ces conditions le calibrage est réalisé dans le plan de référence des pointes. Pour cela, le LNE a conçu un ensemble d'étalons (charge, atténuateur, ligne de transmission) en technologie planaire qui compose ainsi le kit de calibrage de référence. Le LNE a ensuite développé une technique de calibrage LRA (*Line, Reflect, Attenuator*) garantissant la traçabilité au SI des mesures et constituant une méthode plus simple à mettre en œuvre que la *multiline* TRL (il s'agit d'une méthode similaire à la TRL mais qui emploie plusieurs lignes de transmission de différentes longueurs plutôt qu'une seule afin de couvrir une bande passante plus importante puisque chaque ligne couvre une

bande de fréquence donnée) qui est considéré comme la méthode de référence pour le calibrage sous pointes.

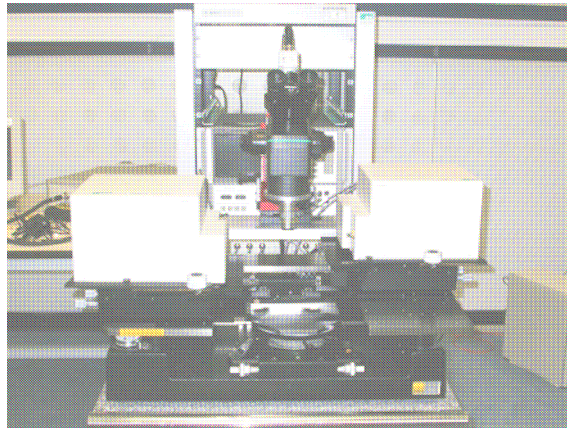


Figure 4 : Station de mesure sous pointes.

2. Corrections optiques

A l'image des réflexions que peut subir le signal électrique, le faisceau incident peut aussi être soumis à de multiples réflexions dans le substrat. Le dépôt d'une couche anti-reflets à la longueur d'onde de fonctionnement permet de diminuer fortement ces problèmes de réflexion.

Quelques définitions :

WPAN : *Wireless Personal Area Network*. Ce terme désigne les réseaux personnels sans fil à courte portée qui permette de relier différents équipements à faible distance (environ 10 m). Les principales technologies aujourd'hui employées dans cette catégorie sont le Bluetooth, le ZigBee, les liaisons infrarouges.

WLAN : *Wireless Local Area Network*. Ce terme désigne les réseaux locaux sans fil ayant une portée d'environ 100 m. La plus connue des technologies de cette catégorie est le WiFi.

WMAN : *Wireless Metropolitan Area Network*. Ce terme désigne les réseaux métropolitains sans fil ayant une portée d'environ 10 km. La plus connue des technologies de cette catégorie est le WiMax.

La plupart des différentes technologies présentées ci-dessus fonctionnent dans les bandes de fréquences dites ISM (industrielles, scientifiques, et médicales) disponibles sans licence et sans réglementation trop contraignante.

WWAN : *Wireless Wide Area Network*. Ce terme désigne les réseaux étendus sans fil dont font parties les technologies GSM (*Global System for Mobile Communication*) qui constitue la seconde génération (2G) de service de communication numérique mobile, GPRS (*General Packet Radio Service*) qui constitue une évolution du GSM puisqu'en plus de transmettre la voix, il permet l'échange de données à des débits approchant les 30 kbps, UMTS (*Universal Mobile Telecommunication System*) plus connu sous le nom de 3G qui permet d'échanger des données à des débits encore plus importants (2 Mbps en position fixe et presque 400 kbps lorsqu'il est mobile avec un débit différent en liaisons montante et descendante).

DSL : *Digital Subscriber Line*. Ce terme désigne les moyens permettant de véhiculer des données numériques sur des lignes de communications traditionnelles. Le plus connu de ces moyens est l'ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) dans lequel la liaison descendante offre un débit plus important que la liaison ascendante.

Références :

- [1] WILLIAMS D., HALE P., et REMLEY A., "The sampling oscilloscope as a microwave instrument", *IEEE microwave magazine*, 59-68, 2007.
- [2] WILLIAMS D.F., HALE P.D., CLEMENT T.S. et MORGAN J.M., "Calibrating electro-optic sampling systems" *Microwave Symposium Digest*, 1527-1530, 2001.
- [3] JONES R.C., "New calculus for the treatment of optical systems", *JOSA*. **31**, 488-493, 1941.

Stéphane GILLE
LNE/DRST
tel : 01 40 43 40 58
stephane.gille@lne.fr